

2303000501023001-S
EXAMINATION MARCH-APRIL 2024
BACHELOR OF SCIENCE(FIRST SEMESTER)(ATKT)
MAJOR-2 MATHEMATICS PAPER - II THEORY
(CALCULUS-I)-LEVEL 3

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 40]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book

- a. Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE (FIRST SEMESTER)(ATKT)**
- b. Name of the Subject : **MAJOR-2 MATHEMATICS PAPER - II THEORY (CALCULUS-I)- LEVEL 3**
- c. Subject Code No : **2303000501023001-S**

2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.
5. Follow usual symbol

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોમાંથી કોઈપણ પાંચના જવાબ આપો.

10

Answer any FIVE from the following questions.

(1) જો $y = \sin x \cos x$ તો y_n શોધો.
If $y = \sin x \cos x$ then find y_n .

(2) $\int_0^{\pi/6} \cos^7 3x dx$ ની કિંમત શોધો.
Find the value of $\int_0^{\pi/6} \cos^7 3x dx$

(3) $y = \frac{x}{(x-1)^2 (x-2)}$ વક્ર ના લંબક અનન્ત સ્પર્શક શોધો.
Find Vertical asymptotes of $y = \frac{x}{(x-1)^2 (x-2)}$

(4) જો $f(x) = e^x$; $x \in [0, 1]$ હોય તો લાગ્રાન્જના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરીને λ ની કિંમત શોધો.
If $f(x) = e^x$, $x \in [0, 1]$ then find the value of λ using Lagrange's theorem.

(5) $\int \tan^3 x dx$ શોધો
Find $\int \tan^3 x dx$.

(6) વક્ર $y = (\log x)^2$, $x > 0$ ના વક્રતા-પરિવૃત્તિબિંદુના યામ શોધો.
Find the coordinate of point of inflexion of the curve $y = (\log x)^2$, $x > 0$

Q.2 કોઈપણ બે પ્રયાસ કરો.

10

Attempt any TWO.

(1) જો $y = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2$ હોય તો y_n શોધો

If $y = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2$ then find y_n .

(2) જો $y = \frac{1}{(ax+b)^m}$; $x \in \mathbb{R}$, $ax + b \neq 0$ અને $m \in \mathbb{N}$, હોય તો સાબિત કરો કે

$$y_n = \frac{(-1)^n (m+n-1)! a^n}{(m-1)! (ax+b)^{m+n}}$$

If $y = \frac{1}{(ax+b)^m}$; $x \in \mathbb{R}$, $ax + b \neq 0$ and $m \in \mathbb{N}$, then prove that

$$y_n = \frac{(-1)^n (m+n-1)! a^n}{(m-1)! (ax+b)^{m+n}}$$

(3) જો $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$; $m \neq 0, x > 1$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$(x^2-1) y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 - m^2) y_n = 0$$

If $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$; $m \neq 0, x > 1$ then prove that

$$(x^2-1) y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 - m^2) y_n = 0$$

Q.3 કોઈપણ બે પ્રયાસ કરો.

10

Attempt any TWO.

(1) જો $[\alpha, \beta] \subset \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ હોય તો $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$ વહ કોશી ના પ્રમેયથી સાબિત

કરો કે $\lambda = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$

For $[\alpha, \beta] \subset \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, If $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$ then using the Cauchy's theorem to prove that $\lambda = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$

(2) આપેલ વિધેય $f(x) = \log \frac{(x^2+ab)}{(a+b)x}$; $x \in [a, b]$ અને $0 < a < b$ માટે રોલ નું પ્રમેય ચકાસો.

For the given function $f(x) = \log \frac{(x^2+ab)}{(a+b)x}$; $x \in [a, b]$ and $0 < a < b$, Verify the Rolle's theorem.

(3) વિધેય $y = x^3 + 8x^2 + 5x - 2$ ક્યા અંતરાલ માં વધતું વિધેય અને ઘટતું વિધેય બને છે?

In which interval the function $y = x^3 + 8x^2 + 5x - 2$ does increase and decrease?

Q.4 કોઈપણ બે પ્રયાસ કરો.

10

Attempt any TWO.

(1) વક્ર $y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$ કયા અંતરાલ માં ઉર્ધ્વ અંતર્મુખ અને અધઃ અંતર્મુખ બને છે?
In which interval the curve $y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$ is concave upwards and downwards?

(2) વક્ર $x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$ ની વક્રતા $t = 1$ બિંદુ આગળ શોધો.
Find the curvature of the curve $x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$ at $t = 1$

(3) $\int \cot^n x \, dx$; $n \in \mathbb{N}$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો અને તેના ઉપરથી $\int \cot^5 x \, dx$ ની કિંમત શોધો.
Obtain the reduction formula of $\int \cot^n x \, dx$; $n \in \mathbb{N}$ and hence evaluate $\int \cot^5 x \, dx$.
